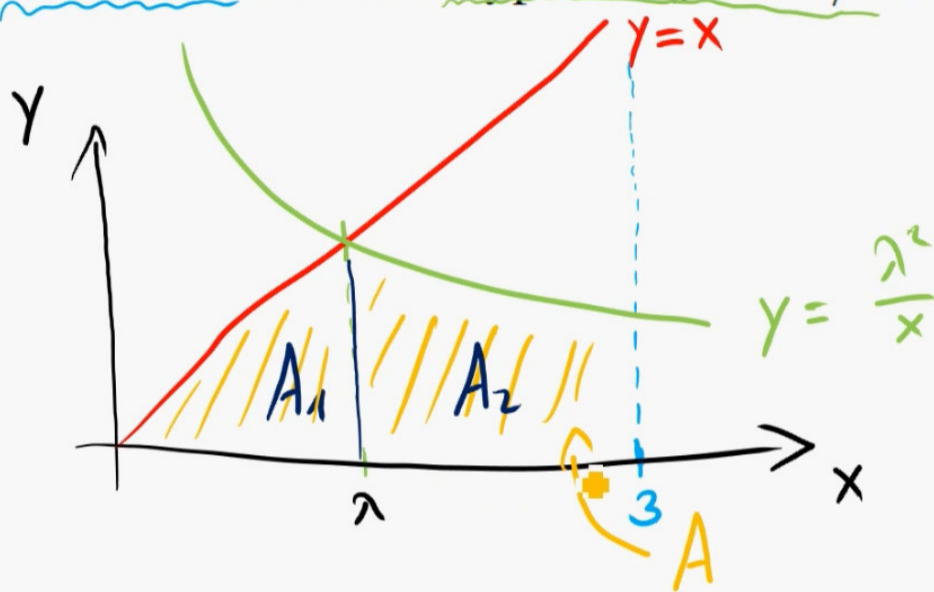


Aufgabe 7 Flächenberechnung mit mehrdim. Integration

Skizzieren Sie die folgende Fläche und berechnen Sie die Flächeninhalt mit Hilfe eines zweidimensionalen Integrals:

Die Fläche im 1. Quadranten ($x, y \geq 0$) zwischen den Geraden $y = x$ und $x = 3 > 0$ und der Hyperbel $y = \lambda^2/x$ mit $0 < \lambda < 3$.



$$y = \frac{\lambda^2}{x}$$

Gleichsetzen für den Schnittpunkt:

$$x = \frac{\lambda^2}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = \lambda^2 \Rightarrow x = \lambda$$

$$A = A_1 + A_2 = \int_{A_1} 1 d(x,y) + \int_{A_2} 1 d(x,y)$$

$$A = A_1 + A_2 = \int_{A_1} d(x,y) + \int_{A_2} d(x,y)$$

$$= \int_0^\lambda \left(\int_0^x 1 dy \right) dx + \int_\lambda^3 \left(\int_0^{\lambda^2/x} 1 dy \right) dx$$

$$= \int_0^\lambda x dx + \int_\lambda^3 \frac{\lambda^2}{x} dx = \frac{1}{2} \lambda^2 + \lambda^2 \left[\ln |x| \right]_\lambda^3$$

$$= \lambda^2 \left[\frac{1}{2} + \ln \left(\frac{3}{\lambda} \right) \right]$$