

• Mehrdimensionale Integration

Aufgabe 2

(a) Skizziere die Menge

$$B := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{2} - x \leq \frac{1}{2} \leq x + y \leq 1 \leq 1 + y \right\}.$$

(b) Berechne das zweidimensionale Integral

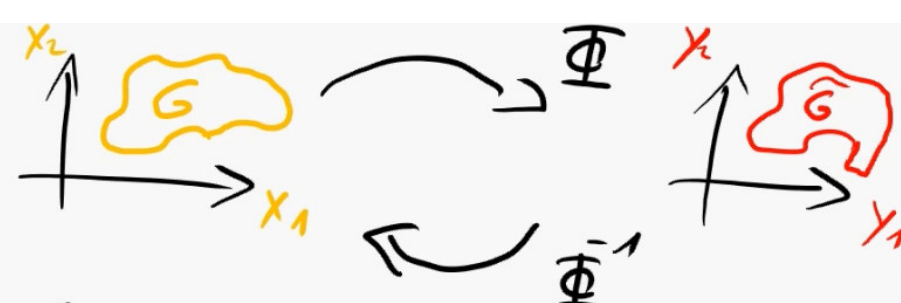
$$I = \int_B \cos\left(\frac{x-y}{x+y}\right) d(x, y)$$

Hinweis: Verwenden Sie die Substitution $u = x - y$ und $v = x + y$ und damit die Transformationsformel.

Substitution (Transformationsformel)

$$G, \tilde{G} \subseteq \mathbb{R}^n \text{ (offen), } \Phi: G \rightarrow \tilde{G}$$

differenzierbar, bijektiv, und $\Phi^{-1}: \tilde{G} \rightarrow G$ differenzierbar.



Dann gilt für integrierbares f :

$$\int_{\Phi(G) = \tilde{G}} f(y_1, \dots, y_n) d(y_1, \dots, y_n) = \int_G \underbrace{f(\Phi(x_1, \dots, x_n))}_{\text{Funktion wird besser!}} |\det J_{\Phi}(x_1, \dots, x_n)| d(x_1, \dots, x_n)$$

